Exercício 1 — Predição de preço de carros usados

Objetivos de aprendizagem

- Traduzir um problema do mundo real em conceitos de machine learning.
- Usar notação matemática adequada para descrever esses conceitos.

Imagine que você trabalha em uma revendedora de veículos usados e precisa decidir, entre vários carros à venda, quais podem ser comprados a um preço justo. Você decide atacar o problema de forma orientada por dados e construir um modelo que prevê o preço de mercado (em reais) a partir das características do veículo.

(a) Caracterize a tarefa. Ela é supervisionada ou não supervisionada? Regressão ou classificação? O objetivo é explicar ou prever? Justifique cada resposta.

(b) Descreva como você organizaria seus dados. Liste features candidatas, indique o tipo de dado de cada uma (numérica, categórica, binária etc.) e identifique a variável target.

(c) Suponha agora que você só tem três informações por carro: idade (em dias), quilometragem (em km) e preço (em reais). Defina explicitamente o feature space $\mathcal{X}$ e o target space $\mathcal{Y}$.

(d) Você decide usar um **modelo linear** (LM) para a tarefa. O LM modela o target como função linear das features somada a um termo de erro gaussiano. Escreva o **espaço de hipóteses** correspondente, assumindo que o vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ já inclui o coeficiente de intercepto.

(e) Quais parâmetros precisam ser aprendidos? Defina o espaço de parâmetros Θ.

(f) Escreva a função de perda $L2$ (loss) para a i-ésima observação.

(g) Para encontrar os melhores parâmetros pelo princípio da **empirical risk minimization**, escreva formalmente o problema de otimização associado e descreva os passos necessários para resolvê-lo.

Exercício 2 — Cálculo matriz-vetor

Objetivos de aprendizagem

- Entender como funcionam funções vetor-valoradas.
- Praticar cálculo com vetores e matrizes.

Considere a função de multiplicação matriz-vetor $f(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$, onde $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$.

(a) Qual é a dimensão de $f(\mathbf{x})$? Escreva explicitamente a expressão para o i-ésimo componente de $f(\mathbf{x})$.

(b) Agora considere o gradiente (derivada generalizada para funções multivariadas) $\dfrac{\mathrm{d}\, f(\mathbf{x})}{\mathrm{d}\, \mathbf{x}}$ (também escrito $\nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x})$). Qual é a sua dimensão?

(c) Calcule $\dfrac{\mathrm{d}\, f(\mathbf{x})}{\mathrm{d}\, \mathbf{x}}$.

Dica

Para os conteúdos a seguir, você precisa confortavelmente manipular cálculo matriz-vetorial (multiplicação, transposição, derivadas). Uma referência acessível com regras de derivação matricial é o livro *Mathematics for Machine Learning* (https://mml-book.github.io/book/mml-book.pdf).

Exercício 3 — Conceito em suas próprias palavras

O Capítulo 1 das aulas apresenta diversos conceitos importantes de machine learning (por exemplo: aprendizado supervisionado vs. não supervisionado, features, target, espaço de hipóteses, empirical risk minimization, overfitting, generalização, divisão train/test, espaço de parâmetros etc.).

Sua tarefa (individual): escolha **um** desses conceitos e produza um texto explicativo contendo:

(a) O nome do conceito.
(b) Uma explicação em até dois parágrafos, escrita com suas próprias palavras. Evite copiar trechos dos slides; reformule as ideias como se estivesse explicando para outro estudante que nunca ouviu falar do termo.
(c) Um exemplo concreto de aplicação (pode ser inventado, ligado a qualquer domínio: saúde, finanças, esportes, redes sociais etc.) que ilustre o conceito em uso.
(d) Uma pergunta em aberto que o conceito deixa na sua cabeça e que você gostaria de investigar depois.

Dica

Não existe resposta única certa aqui. O objetivo do exercício é forçar você a articular a ideia com suas próprias palavras. Reformular um conceito costuma revelar em que parte do entendimento ainda falta clareza; é justamente aí que vale a pena voltar aos slides ou pedir ajuda.